

## Utilização do teodolito para obtenção de ângulos e medidas de área



Fagner Lopes Guedes<sup>a</sup>, Gabriela Brito de Souza<sup>a</sup>, Milena Brito de Souza<sup>a</sup>, Nayra de Lima Ferreira<sup>a</sup>, Melissa Oliveira e Silva<sup>a</sup>, Antônio Pereira Júnior<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Universidade do Estado do Pará (UEPA), Paragominas, Pará, Brasil.

<sup>b</sup>Laboratório de Qualidade Ambiental, Universidade do Estado do Pará (UEPA), Paragominas, Pará, Brasil.

**RESUMO** A exatidão na demarcação de um território é relevante para aqueles que necessitam inferir dados estatísticos, pois uma boa execução de qualquer projeto exige planejamento e informações concretas. O objetivo desta pesquisa foi analisar qualitativamente e quantitativamente o uso do teodolito como ferramenta para a mensuração de angulações em dois pontos na área interna de um *Campus*. O método aplicado foi o dedutivo, em relação a abordagem ela foi quantitativa e qualitativa. A coleta dos dados foi efetuada a partir de periódicos nacionais e internacionais indexados, com um recorte temporal para os últimos vinte e dois anos (1999-2021). Os dados obtidos e analisados indicaram que para a mensuração dos ângulos internos referentes aos pontos estudados, eles apresentaram diferença média de  $16^\circ$  entre ambos. Todavia, o ponto 02 apresentou ângulo de  $87^\circ 28' 15''$ , enquanto o ponto 04 denotou angulação referente a  $71^\circ 20' 74''$ . Além disso, em relação a análise da área, os dados indicaram que para a subdivisão desta, a primeira área obteve um maior distanciamento, com 89,87 metros. Logo, verifica-se que o instrumento óptico teodolito utilizado por engenheiros, agrimensores, topógrafos e inveterados navegadores são fundamentais para medir ângulos verticais e horizontais em redes de triangulação, além de contribuir para práticas de ensino aprendizagem nas instituições de ensino superior.

**PALAVRAS-CHAVE:** ensino superior; mensuração; topografia.

*Aceito* 21 de setembro de 2021

*Publicado online* 10 de novembro 2021

**Cite este artigo:** Guedes et al. (2021) Utilização do teodolito para obtenção de ângulos e medidas de área. *Multidisciplinary Science Journal* 3: e2021017, doi:10.29327/multiscience.2021017.

### *Use of theodolite to obtain internal angles and area measures*

**ABSTRACT** The accuracy in the demarcation of a territory is relevant for those who need to infer statistical data, as good execution of any project requires planning and concrete information. The objective of this research was to analyze qualitatively and quantitatively the use of theodolite as a tool for measuring angles at two points in the internal area of a Campus. The method applied was deductive. In relation to the approach, it was quantitative and qualitative. Data collection was carried out from indexed national and international journals, with a time frame for the last twenty-two years (1999-2021). The data obtained and analyzed indicated that for the measurement of the internal angles referring to the studied points, they presented an average difference of  $16^\circ$  between both. However, point 02 presented an angle of  $87^\circ 28' 15''$ , while point 04 denoted angled referring to at  $71^\circ 20' 74''$ . In addition, in relation to the analysis of the area, the data obtained and analyzed indicated that for its subdivision, the first area obtained a greater distance, with 89, 87 meters. Therefore, it appears that the theodolite optical instrument used by engineers, surveyors, surveyors, and inveterate navigators is fundamental to measure vertical and horizontal angles in triangulation networks, in addition to contributing to teaching and learning practices in higher education institutions.

**KEYWORDS:** higher education; measurement; topography.

## Introdução

Os materiais utilizados nas aulas práticas das instituições de ensino superior (IES), apresentam como objetivo claro, um apoio experimental na didática e aprendizagem dos discentes, já que eles são usados como suporte delas. Nesse sentido, quanto as metodologias empregues, estas devem ser precisas. Este fator é muito importante principalmente nas áreas de Engenharia e Cartografia, as quais se relacionam constantemente com a ciência Geodésica, o que fornece vários cálculos para a obtenção de variados sistemas e modelos em projetos (Passos 2006; Amorim e Silva 2012).

Em relação a obtenção de ângulos e medidas, a exatidão na demarcação de um território é relevante para aqueles que necessitam inferir dados estatísticos pois, uma boa execução de qualquer projeto exige planejamento e informações concretas. Diante disso, os serviços topográficos têm uma grande abrangência quanto essas finalidades. Mas, para que os levantamentos disponham de respostas desejadas, é necessário que se percorra as linhas demarcatórias de divisas, se observe piquetes e marcos após a execução dos trabalhos, sempre notando a numeração e localização em campo e nos mapas (Oliveira Filho 2003).

A NBR 13133 (ABNT 1994, p. 35) define o levantamento topográfico como um conjunto de processos e metodologias pelo qual é possível, através das medições de ângulos verticais e/ou horizontais e das distâncias inclinadas, encontrar a exatidão pretendida por meio da utilização de instrumentos adequados. Isso pode ajudar na implantação e materialização de pontos de apoio na localidade, determinando assim as coordenadas topográficas. Nesse viés, para as análises das demarcações topográficas, especialistas da área usam um equipamento que fornece todos os dados necessários para uma boa execução do projeto, o teodolito. Com o surgimento das novas tecnologias empregadas desde sua primeira construção, ele vem passando por constantes aprimoramentos e novos componentes são integrados com o objetivo de facilitar o uso do mesmo (Amorim 2016).

No que se refere ao teodolito, ele é um instrumento bastante utilizado por engenheiros, agrimensores, topógrafos e inveterados navegadores, cujo objetivo consiste em realizar medidas de ângulos verticais e horizontais em redes de triangulação, a fim de determinar distâncias remotas (Andrade et al 2018). O primeiro teodolito foi criado por Jonathan Sissonem em 1720 (Zilkha 2014), entretanto, por ser um equipamento pesado, tornava a leitura dos limbos naquela época muito complicada. Anos após, em 1920, o suíço Henrique Wilson estudou profundamente para aprimorar o teodolito já existente. Ele construiu círculos graduados sobre vidro para obter menor peso e dimensão, além de fornecer um alcance mais preciso, tornando assim, a leitura mais compreensível para o observador (Santos e Santos 2019; Preussler e Weber 2011).

Sabe-se que existe uma variedade de teodolitos para os diferentes usos, precisões e alcances. A NBR 13133 (ABNT 1994, p. 6) classifica os teodolitos de acordo com o desvio padrão de uma direção observada, os quais podem ser de baixa precisão quando possuem precisão angular de  $\leq \pm 30''$ , precisão média quando possuem precisão angular de  $\leq \pm 07''$  e os de alta precisão quando apresentam precisão angular de  $\leq \pm 02''$ . Além disso, alguns teodolitos automáticos disponíveis no mercado dispõem de dispositivos eletrônicos que efetuam a leitura dos pontos e armazenam estes dados na memória, possibilitando a exportação por *softwares* para um computador, permitindo assim, a confecção de mapas com as características topográficas do local mensurado (Abitante 2011).

Diante da efetividade no uso de instrumentos topográficos de modo a se obter dados precisos e verídicos para obtenção da relação de ângulos horizontais e verticais, a partir da diferença de cotas topográficas, se justifica a realização dessa pesquisa. O objetivo deste estudo foi analisar qualitativamente e quantitativamente o uso do teodolito como ferramenta para a mensuração de angulação em dois pontos na área interna de um *Campus*.

## Material e métodos

### Área de estudo

O estudo foi executado nas dependências do *Campus* VI, Universidade do Estado do Pará, Brasil (Figura 1), zona urbana do município de Paragominas, pertencente à mesorregião sudeste do estado, que possui 19,342 km<sup>2</sup> de extensão. O município apresenta alterações no relevo, com cotas altimétricas que variam em torno de 40 metros, o que torna interessante o estudo de pontos localizados nessas delimitações (IDESP 2019).

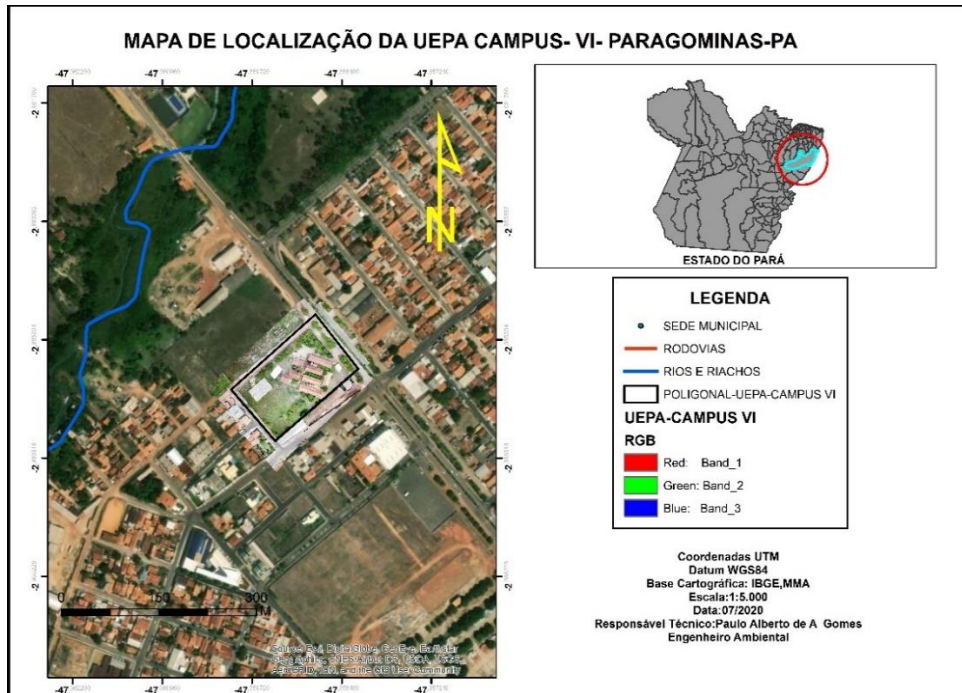


Figura 1 Delimitação da área da Universidade do Estado do Pará - Campus VI. Paragominas – PA.

### Material

A princípio foi efetuada uma visita no laboratório de qualidade ambiental da Universidade do Estado do Pará-UEPA no campus VI, Paragominas- PA, com a finalidade de verificar os equipamentos necessários (Figura 2 e Tabela 1) para a atividade nas dependências da instituição.

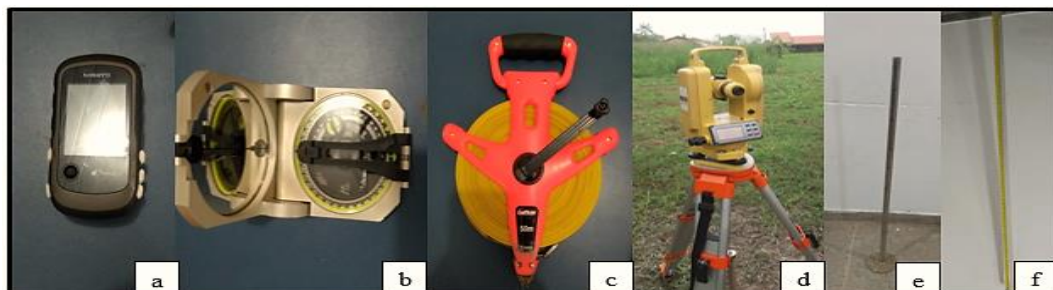


Figura 2 a) GPS; b) Bússola; c) Diastímetro 50 m; d) Teodolito; e) Baliza; f) Régua Liminimétrica

Tabela 1 Equipamentos utilizados para as mensurações de relevo, altura horizontal e distâncias do Campus VI, Paragominas - PA.

Material	Quantidade	Utilidade
GPS (Figura 2a)	1	Determina a localização de um receptor na superfície terrestre, captados por no mínimo quatro satélites.
Bússola (Figura 2b)	1	Responsável pela orientação geográfica dos polos magnéticos terrestres.
Diastímetro 50 m (Figura 2c)	1	Medição direta de distância mediante a comparação do comprimento do alinhamento.
Piquetes de madeira	4	Demarcação dos pontos a serem analisados.
Teodolito (Figura 2d)	1	Instrumento de precisão óptico que mensura ângulos verticais e horizontais.
Baliza (Figura 2e)	1	Eleva o ponto topográfico com objetivo de torná-lo visível e necessário nas operações de nivelamento geométrico.
Régua Liminimétrica (Figura 2f)	1	Referência de nível a partir do solo

## Métodos

O método empregado para a pesquisa foi o dedutivo, pois de acordo com Ferreira (2011). Esse método consiste na análise de fatos verdadeiros, cujas consequências deseja-se abranger: (1) o uso do teodolito para mensuração de ângulos é de extrema relevância pois, (2) ele auxilia na coleta de dados em campo. Tais hipóteses são utilizadas para efetivar o uso dos instrumentos topográficos como ferramenta para a mensuração de angulação em uma determinada área do Campus.

Em relação à abordagem da pesquisa, a partir de síntese elaborada por Oliveira (2011), esta é quantitativa e qualitativa. A quantidade provém de dados numéricos, ou seja, houve a valoração dos ângulos obtidos através do teodolito, e que permitiram a análise deles. Além disso, é qualitativa porque elaborou-se uma análise rigorosa de literaturas selecionadas.

Quanto ao levantamento dos dados, este ocorreu a partir de periódicos nacionais e internacionais indexados, com um recorte temporal para os últimos vinte e dois anos (1999-2021), com especial atenção para os últimos seis anos (2015-2021). Isso ocorreu devido a importância no uso de documentos mais atualizados sobre o assunto em estudo, porém, sem menosprezar as literaturas consideradas pioneiras da área.

## Determinações dos pontos e análise da área

Primeiramente, foi retirado o teodolito da caixa de alta densidade de poliestireno expandido. Em seguida, o mesmo foi alocado ao ponto 02 e depois no ponto 04 que haviam sido demarcados com piquetes de madeira. O tripé foi instalado de modo que se cravou as pontas sobre o solo, afim de evitar que o mesmo se movimentasse durante as análises topográficas. Em seguida, foi ajustada a base do tripé em uma altura adequada, para que os observadores ficassem em uma posição confortável para manuseio e leitura do instrumento.

Posteriormente à montagem do tripé, o fio de prumo foi posicionado no orifício da base do teodolito para posicionar o aparelho de forma precisa sobre o terreno, por conseguinte, ele foi alocado cuidadosamente em sua base com a ajuda dos parafusos de fixação, com o intuito de evitar a queda do aparelho, e assim danificá-lo.

Com o Teodolito devidamente fixo sobre o tripé, é fundamental realizar o nivelamento, na qual a base do equipamento corresponda com o plano horizontal do local escolhido. Para efetuar essa etapa, a bolha esférica foi posta na posição centralizada, acionando os três parafusos calantes na base do equipamento. Logo após, efetuou-se o procedimento de regularização da bolha esférica para que não houvesse erros durante o processo de mensuração. No estudo efetuado por Espartel (1987) na cidade do Rio de Janeiro, concluiu-se que é de suma importância realizar todos os processos topográficos, com devida atenção para as bolhas niveladoras, haja vista que a focalização no momento da operação deve ser objetiva e clara aos observadores.

## Cálculos de mensurações dos ângulos

Para a obtenção dos ângulos entre os pontos 02-01, 02-03, 04-01, 04-03 da área analisada, foi utilizado 4 fórmulas matemáticas:

Para obtenção do ângulo interno de 02-01 e 02-03 foi utilizado a seguinte equação:

$$\text{ângulo interno} = \hat{\alpha} - \hat{\omega}$$

Onde:

$\hat{\alpha}$  = ângulo do ponto 02 ao 01

$\hat{\omega}$  = ângulo do ponto 02 ao 03

A mesma fórmula se aplica aos pontos 04-01 e 04-03, já que houve igual necessidade de obter-se o ângulo interno dos pontos.

Já para determinar as áreas, utilizou-se a seguinte fórmula matemática:

$$\frac{d1 \times d2 \times \sin(\text{ângulo interno})}{2}$$

Onde:

$d(1,2)$  = distância entre os pontos

$\sin$  = seno do ângulo interno

Em síntese, com base nos cálculos e a partir dos dados angulares obtidos, notou-se que as aferições denotaram a medida da área escolhida, possibilitando a apresentação de resultados consistentes tanto em distância quanto em comprimento.

## Resultados e discussão

A análise dos dados obtidos indicaram que as mensurações dos ângulos internos referentes aos pontos estudados apresentaram diferença média de  $16^\circ$  entre ambos os pontos, sendo que o ponto 02 apresentou ângulo de  $87^\circ 28' 15''$ , enquanto o ponto 04 denotou angulação referente a  $71^\circ 20' 74''$ , conforme se observa na tabela 2.

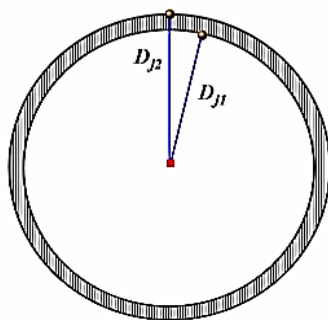
**Tabela 2** Angulações encontradas nos pontos 02 e 04 do *Campus VI*, Paragominas - PA.

Pontos	Azimute (Az)	Ângulo Interno (ÂI)	Distância (D)
P1-P2	$43^\circ$	$87^\circ$	$d_1 = 10$ m
P2-P3	$127^\circ$	$87^\circ 28' 15''$	$d_2 = 15$ m
P3-P4	$200^\circ$	$113^\circ$	$d_3 = 09$ m
P4-P1	$303^\circ$	$71^\circ 20' 74''$	$d_4 = 18$ m

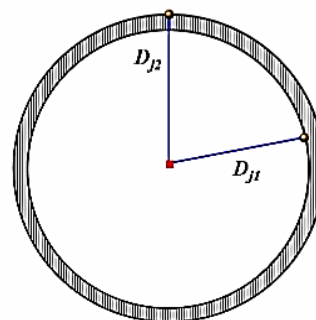
Diante dos resultados obtidos nos ângulos internos, a soma dos pontos P1-P2, P2-P3, P3-P4 e P4-P1 resultaram em  $358^\circ$ , com diferença de  $2^\circ$  de uma angulação determinada em  $360^\circ$ .

Acerca dos dados obtidos, em pesquisa realizada por Penha e Ferraz (2009), em Belo Horizonte (MG), os autores concluíram que, a soma dos ângulos internos de um triângulo esférico é maior que  $180^\circ$  e menor que  $540^\circ$ , ou seja,  $180^\circ < A+B+C < 540^\circ$ ; nesse contexto, a soma dos lados de um triângulo esférico (perímetro) dependendo da área analisada pode ser menor que  $360^\circ$ .

Ainda sobre as diferenças entre o tamanho de áreas e as variações de ângulos, Kohlrausch et al (2016) através de sua pesquisa, evidenciaram que os ângulos são constituídos pela união de ambos os segmentos de reta, a partir de um alvo comum, denominado de vértice do ângulo, o que pode ser classificado em três tipos: ângulo agudo ( $0^\circ < \hat{A} < 90^\circ$ ), ângulo obtuso ( $90^\circ < \hat{A} < 180^\circ$ ) e ângulo reto ( $\hat{A} = 90^\circ$ ). Além disso, quanto mais próximos às áreas, os mesmos tendem a ter uma maior diferença de ângulos, tornando-os inversamente proporcionais entre si (Figura 3).



(a) Cenário favorável à agregação dos eventos.



(b) Cenário desfavorável à agregação dos eventos.

**Figura 3** Interpretações geométricas sobre a agregação do teste *H F*. Fonte: Kohlrausch et al (2016).

Ademais, ainda no que diz respeito as proximidades entre áreas e as diferenças de ângulos a partir das interpretações geométricas, segundo Lima (2013), elas apresentam certa coerência, pois dependendo do triângulo retângulo verificado na projeção espectral (Ex: AA), que é possível para uma mesma dimensão, nem sempre haverá ângulos agudos idênticos. Isso ocorre devido elas não serem dependentes entre si, haja visto que as medidas dos lados de um triângulo retângulo estão associadas somente pelo teorema de Pitágoras.

Desse modo, pode afirmar que a irregularidade encontrada no local da pesquisa pode ser caracterizada como fator de interferência em uma angulação taxada como perfeita, haja vista que a soma da angulação dentre os pontos não alcançou o ângulo interno de  $360^\circ$ . Logo, há similaridade entre ambas as pesquisas.

Em relação a análise da área, os dados obtidos e analisados indicaram que para a subdivisão desta, a primeira área obteve um distanciamento de 89,87 metros. A segunda área obteve um resultado de 68,07 metros (Figura 4). Acerca da distância entre as áreas, foi possível verificar uma diferença significativa de 21,08 metros.

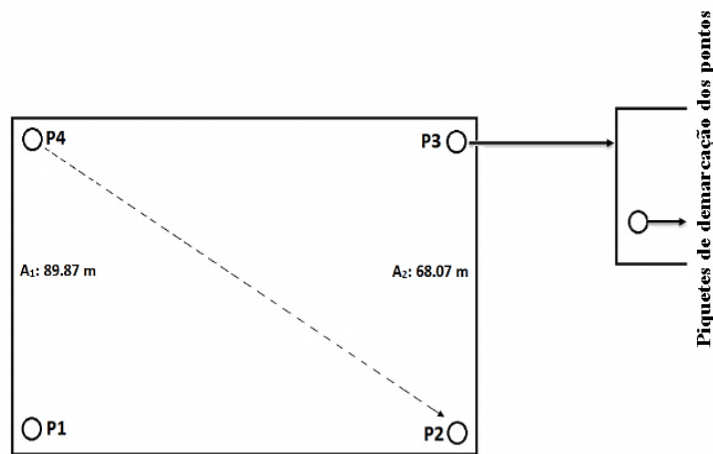


Figura 4 Subdivisão da área de estudo do Campus VI, Paragominas – PA.

No que se refere aos dados obtidos para a subdivisão das áreas no interior do *Campus*, de acordo com Miranda (2012), em pesquisa sobre o ensino de medidas de áreas com enfoque em Ciência Tecnologia e Sociedade (CTS), foi possível verificar que a mensuração de determinada extensão consiste em abranger de forma sucinta o perímetro a ser analisado, de modo a identificar todos os detalhes que pertencem a ela (Ex: vegetação, irregularidade, etc...), até que se acoberte totalmente um nível plano, sem admitir cavidades ou justaposições. Em outras palavras, a região é dividida em unidades de igual tamanho no plano que se quer encobrir.

Para Kidman (1999), a subdivisão de uma área torna-se ainda mais importante, haja vista que, caso o mensurador não entenda as medidas a serem realizadas, pode acontecer confusão com o perímetro estudado, acarretando em fatores, tais como: erro humano e imprecisão com que as escalas de medição são lidas. Ademais, nem sempre a medida a ser descoberta compreende um algarismo integral e as ferramentas de medidas, por mais que adotem um modelo na produção também podem proporcionar defeitos, podendo ocasionar discrepâncias nos resultados finais, pois a desigualdade do terreno interfere na obtenção dos ângulos. Fato este, que igualmente foi verificado nesta pesquisa.

Adicionalmente, Laburú e Barros (2009), em um estudo acerca dos problemas com a compreensão de estudantes sobre medição, afirmaram que outra problemática que ainda afeta discentes nos mais diversos níveis de escolaridade, especialmente no fundamental, é a dificuldade de lidar com medidas de áreas e ângulos. Isto ocorre sobretudo em elementos que necessitam de observação holística, já que os alunos ainda detêm um olhar simples na hora de regular os equipamentos e o objeto de estudo.

## Conclusões

Nas demarcações de um território é fundamental a utilização de ferramentas que forneçam informações estatísticas precisas, pois a execução de qualquer projeto ou até mesmo uma aula de topografia, exige planejamento e informações matemáticas concretas. Nas mensurações feitas no presente estudo foi utilizado o instrumento óptico teodolito, o que possibilitou determinar a irregularidade angular no local da pesquisa. Além disso, constatou-se que essa ferramenta atende as necessidades de medição angular em relação à classificação angular horizontal e vertical de uma determinada área.

Diante das funcionalidades e fornecimento de dados coletados do teodolito, conclui-se que esse instrumento atendeu a todos os requisitos da pesquisa.

## Conflito de Interesses

Os autores declaram que não há conflito de interesses.

## Financiamento

Esta pesquisa não recebeu financiamento para a sua realização.

## Referências

- Abitante LG (2011) Estudo do Teodolito aplicado no ensino fundamental. IX EREM - Encontro Regional de Educação Matemática. Concórdia/SC.
- ABNT. Associação Brasileira De Normas Técnicas (1994) NBR 13133: Execução de levantamento topográfico. Rio de Janeiro, 35p.
- ABNT. Associação Brasileira De Normas Técnicas (1994) NBR 13133: Execução de levantamento topográfico. Rio de Janeiro, 6p.
- Amorim DCR, Silva PN (2012) O sensoriamento remoto e suas técnicas de análise: uma comparação entre novas e velhas tecnologias, um estudo de caso sobre a tecnologia lidar (o mapeamento de território através das árvores). In: XXI Encontro Nacional de Geografia Agrária "Territórios em disputa: os desafios da geografia agrária nas contradições do desenvolvendo brasileiro. Uberlândia-SP.
- Amorim JAA (2016) A Geometria plana no ensino fundamental: estudo prático sobre o Teodolito. Dissertação, Universidade de São Paulo.
- Andrade MH, Oliveira RR, Pereira ACC (2018) Um recurso histórico para estudos iniciais de trigonometria: apresentando o teodolito. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática 5:66-76. DOI: 10.30938/bocehm.v5i113.69
- Celso ABPB, Ferreira FN (2015) Trigonometria no triangulo retângulo: uma abordagem pratica para a construção de conceitos. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal de São João Del-Rei - UFSJ.
- Espartel L (1987) Curso de Topografia. 9a ed. Globo, Rio de Janeiro.
- Ferreira J (2011) Estudo exploratório sobre a construção de hipóteses: entre o método e os contextos de produção. Revista Libero 14:79-92.
- IDESP. Instituto de Desenvolvimento Econômico, Social e Ambiental do Pará (2019) Estatística Municipal (2019). Disponível em: <http://www.fapespa.pa.gov.br/produto/estatisticamunicipal/98?&mes=&ano=2019> Acesso em: 7 de outubro de 2020.
- Kidman G (1999) Grade 4, 6 and 8 students' strategies in area measurement. Merga 22:298-305.
- Laburú CE, Barros MA (2009) Problemas com a compreensão de estudantes em medição: razões para a formação do paradigma pontual. Revista Investigações em Ensino de Ciências 14:151-162.
- Oliveira Filho PC, Figueiredo Filho A, Disperati AA, Watzlawick LF (2003) Integração de geotecnologias como topografia, GPS e base cartográfica na empresa florestal. Revista Ciências Exatas e Naturais 5:187-199.
- Oliveira MF (2011) Metodologia científica: um manual para a realização de pesquisas em administração. Tese de doutorado, Universidade Federal de Goiás.
- Passos CLB (2006) Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: Lorenzato S (Org.) Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados 77-92.
- Preussler R, Weber EA (2011) Construção do teodolito no ensino de trigonometria. II CNEM - Congresso Nacional de Educação Matemática. Concordia/SC.
- Santos EV, Santos JL (2019) Desvendando Alturas Inacessíveis Por Meio do Teodolito e da Trigonometria. JIEEM 12:234-243. DOI: 10.17921/2176-5634.2019v12n2p234-243b
- Zilkha E (2014) Utilização do GeoGebra na Construção de Instrumentos: Teodolito. Disponível em: [http://bit.profmatsbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/1111/2012\\_00891\\_ESTHER\\_ZILKHA.pdf?sequence=1](http://bit.profmatsbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/1111/2012_00891_ESTHER_ZILKHA.pdf?sequence=1) Acesso em: 08 de outubro de 2021.